

PÁGINA 133

PRACTICA

1 Comprueba si $x = 2$, $y = -1$ es solución de los siguientes sistemas de ecuaciones:

$$\text{a) } \begin{cases} 2x - y = -4 \\ 5x + y = -10 \end{cases} \qquad \text{b) } \begin{cases} 3x - 4y = 10 \\ 4x + 3y = 5 \end{cases}$$

$$\text{a) } \begin{cases} 2x - y = -4 \\ 5x + y = -10 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2 \cdot 2 - (-1) = 5 \neq -4 \\ 5 \cdot 2 - 1 = 9 \neq -10 \end{cases} \rightarrow \text{No es solución.}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 3x - 4y = 10 \\ 4x + 3y = 5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3 \cdot 2 - 4(-1) = 10 \\ 4 \cdot 2 + 3(-1) = 5 \end{cases} \rightarrow \text{Sí es solución de este sistema.}$$

2 Completa los siguientes sistemas de ecuaciones para que ambos tengan la solución $x = 3$, $y = -1/2$:

$$\text{a) } \begin{cases} 3x + 2y = \dots \\ x - 4y = \dots \end{cases} \qquad \text{b) } \begin{cases} \frac{x}{2} + y = \dots \\ x - y = \dots \end{cases}$$

$$\text{a) } \begin{cases} 3x + 2y = \dots \\ x - 4y = \dots \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3 \cdot 3 + 2\left(-\frac{1}{2}\right) = 9 - 1 = 8 \\ 3 - 4\left(-\frac{1}{2}\right) = 3 + 2 = 5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x + 2y = 8 \\ x - 4y = 5 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} \frac{x}{2} + y = \dots \\ x - y = \dots \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \frac{3}{2} - \frac{1}{2} = 1 \\ 3 + \frac{1}{2} = \frac{7}{2} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \frac{x}{2} + y = 1 \\ x - y = \frac{7}{2} \end{cases}$$

3 a) Busca dos soluciones de la ecuación $3x - y = 1$.

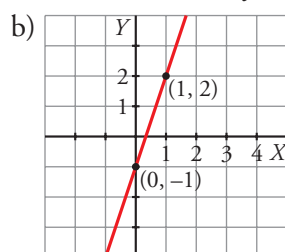
b) Representa gráficamente la recta $3x - y = 1$.

c) Un punto cualquiera de la recta ¿es solución de la ecuación?

a) $3x - y = 1$

$$\text{Si } x = 1: 3 \cdot 1 - y = 1 \rightarrow y = 2$$

$$\text{Si } x = 0: 3 \cdot 0 - y = 1 \rightarrow y = -1$$



c) Todos los puntos de la recta son soluciones de la ecuación.

4 a) Representa gráficamente en los mismos ejes las dos rectas siguientes:

$$2x + y = 3 \quad x - y = 3$$

b) Di cuál es la solución de este sistema:

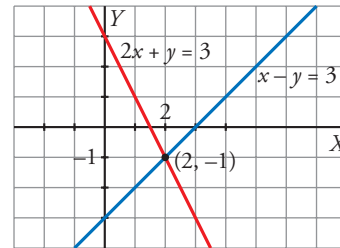
$$\begin{cases} 2x + y = 3 \\ x - y = 3 \end{cases}$$

a) $2x + y = 3$

x	0	1
y	3	1

$x - y = 3$

x	0	1
y	-3	-2



b) $\begin{cases} 2x + y = 3 \\ x - y = 3 \end{cases}$

La solución del sistema es $x = 2, y = -1$, que corresponde al punto de corte de ambas rectas.

5 Resuelve gráficamente los siguientes sistemas de ecuaciones:

a) $\begin{cases} 3x - y = 1 \\ x + 2y = 5 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 3x - y = 0 \\ 3x + y = -6 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x + 3y = -5 \\ 2x - y = 4 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 2x - 3y = -4 \\ x + 8y = -2 \end{cases}$

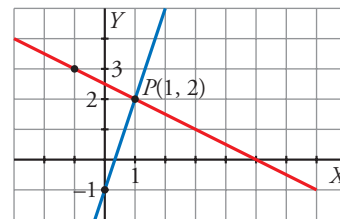
a) $\begin{cases} 3x - y = 1 \\ x + 2y = 5 \end{cases}$

$3x - y = 1$

x	0	1
y	-1	2

$x + 2y = 5$

x	1	-1
y	2	3



Solución: $x = 1, y = 2$

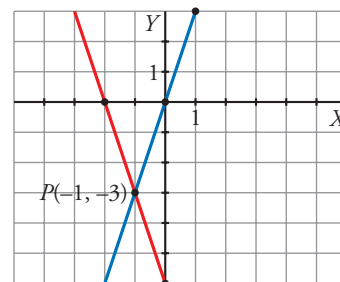
b) $\begin{cases} 3x - y = 0 \\ 3x + y = -6 \end{cases}$

$3x - y = 0$

x	0	1
y	0	3

$3x + y = -6$

x	0	-2
y	-6	0



Solución: $x = -1, y = -3$

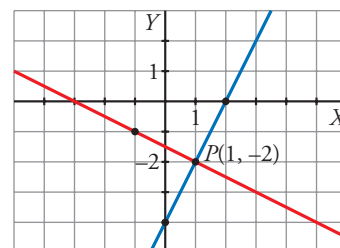
c) $\begin{cases} x + 3y = -5 \\ 2x - y = 4 \end{cases}$

$x + 3y = -5$

x	1	-2
y	-2	-1

$2x - y = 4$

x	0	1
y	-4	-2



Solución: $x = 1, y = -2$

$$d) \begin{cases} 2x - 3y = -4 \\ x + 8y = -2 \end{cases}$$

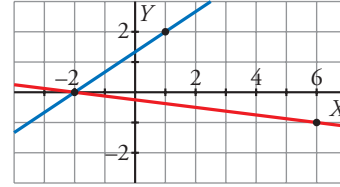
$$2x - 3y = -4$$

$$x + 8y = -2$$

x	1	-2
y	2	0

x	6	-2
y	-1	0

Solución: $x = -2, y = 0$



6 ■■■ Resuelve por sustitución.

$$a) \begin{cases} x + 3y = 0 \\ 2x + y = -5 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 8x - 3y = -25 \\ x - 5y = -17 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} 7x - y = -6 \\ 4x + 3y = 3 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} 2x + 16 = 2y \\ 2y - 3x = 16 \end{cases}$$

$$a) \begin{cases} x + 3y = 0 \\ 2x + y = -5 \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} x = -3y \\ 2(-3y) + y = -5 \end{array} \right. \rightarrow$$

$$\rightarrow -6y + y = -5 \rightarrow -5y = -5 \rightarrow y = 1 \rightarrow x = -3 \cdot 1 = -3$$

Solución: $x = -3, y = 1$

$$b) \begin{cases} 8x - 3y = -25 \\ x - 5y = -17 \end{cases} \rightarrow$$

$$\rightarrow x = -17 + 5y \rightarrow 8(-17 + 5y) - 3y = -25 \rightarrow -136 + 40y - 3y = -25 \rightarrow$$

$$\rightarrow 37y = 111 \rightarrow y = 3 \rightarrow x = -17 + 15 = -2$$

Solución: $x = -2, y = 3$

$$c) \begin{cases} 7x - y = -6 \\ 4x + 3y = 3 \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} 7x + 6 = y \\ 4x + 3(7x + 6) = 3 \end{array} \right. \rightarrow$$

$$\rightarrow 4x + 21x + 18 = 3 \rightarrow 25x = -15 \rightarrow x = \frac{-15}{25} = -\frac{3}{5} \rightarrow$$

$$\rightarrow y = 7\left(-\frac{3}{5} + 6\right) = \frac{9}{5}$$

Solución: $x = -\frac{3}{5}, y = \frac{9}{5}$

$$d) \begin{cases} 2x + 16 = 2y \\ 2y - 3x = 16 \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} y = \frac{2x + 16}{2} = x + 8 \\ 2(x + 8) - 3x = 16 \end{array} \right. \rightarrow$$

$$\rightarrow 2x + 16 - 3x = 16 \rightarrow -x = 0 \rightarrow x = 0 \rightarrow y = 8$$

Solución: $x = 0, y = 8$

7 ■■■ Resuelve por igualación.

$$\text{a) } \begin{cases} x = 4 \\ x - y = 6 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} x + 3y = -4 \\ x - 2y = 6 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} y = 6x \\ 7x = 2y - 5 \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} 3x - 4y = -4 \\ 2x + y = -1 \end{cases}$$

$$\text{a) } \begin{cases} x = 4 \\ x - y = 6 \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} x = 4 \\ x = 6 + y \end{array} \right\} \rightarrow 6 + y = 4 \rightarrow y = -2$$

$$\text{Solución: } x = 4, y = -2$$

$$\text{b) } \begin{cases} x + 3y = -4 \\ x - 2y = 6 \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} x = -4 - 3y \\ x = 6 + 2y \end{array} \right\} \rightarrow -4 - 3y = 6 + 2y \rightarrow -4 - 6 = 5y \rightarrow \\ \rightarrow y = -2 \rightarrow x = -4 - 3(-2) = 2$$

$$\text{Solución: } x = 2, y = -2$$

$$\text{c) } \begin{cases} y = 6x \\ 7x = 2y - 5 \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} y = 6x \\ y = \frac{7x + 5}{2} \end{array} \right\} \rightarrow 6x = \frac{7x + 5}{2} \rightarrow 12x = 7x + 5 \rightarrow 5x = 5 \rightarrow \\ \rightarrow x = 1 \rightarrow y = 6 \cdot 1 = 6$$

$$\text{Solución: } x = 1, y = 6$$

$$\text{d) } \begin{cases} 3x - 4y = -4 \\ 2x + y = -1 \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} y = \frac{3x + 4}{4} \\ y = -1 - 2x \end{array} \right\} \rightarrow \frac{3x + 4}{4} = -1 - 2x \rightarrow 3x + 4 = -4 - 8x \rightarrow \\ \rightarrow 11x = -8 \rightarrow x = \frac{-8}{11} \rightarrow \\ \rightarrow y = -1 - 2\left(\frac{-8}{11}\right) = \frac{5}{11}$$

$$\text{Solución: } x = \frac{-8}{11}, y = \frac{5}{11}$$

8 ■■■ Resuelve por reducción.

a)
$$\begin{cases} x + y = 0 \\ x - y = 2 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} 3x - y = 0 \\ 3x + y = -6 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} 4x - 3y = 2 \\ 2x + y = -4 \end{cases}$$

d)
$$\begin{cases} x + 2y = 1 \\ 3x - y = 7 \end{cases}$$

e)
$$\begin{cases} x - 3y = 1 \\ 3x + 6y = 2 \end{cases}$$

f)
$$\begin{cases} 3x + 2y = 3 \\ x + y = 7/6 \end{cases}$$

a)
$$\begin{cases} x + y = 0 \\ x - y = 2 \end{cases}$$

$$\underline{2x = 2} \rightarrow x = 1, y = -1$$

Solución: $x = 1, y = -1$

b)
$$\begin{cases} 3x - y = 0 \\ 3x + y = -6 \end{cases}$$

$$\underline{6x = -6} \rightarrow x = -1, y = -3$$

Solución: $x = -1, y = -3$

c)
$$\begin{cases} 4x - 3y = 2 \\ 2x + y = -4 \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} 4x - 3y = 2 \\ 6x + 3y = -12 \end{array} \right\}$$

$$\underline{10x = -10} \rightarrow x = -1 \rightarrow 2(-1) + y = -4 \rightarrow y = -2$$

Solución: $x = -1, y = -2$

d)
$$\begin{cases} x + 2y = 1 \\ 3x - y = 7 \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} x + 2y = 1 \\ 6x - 2y = 14 \end{array} \right\} \rightarrow 7x = 15 \rightarrow x = \frac{15}{7} \rightarrow \frac{15}{7} + 2y = 1 \rightarrow$$

$$\rightarrow y = \frac{1 - 15/7}{2} = -\frac{4}{7}$$

Solución: $x = \frac{15}{7}, y = -\frac{4}{7}$

e)
$$\begin{cases} x - 3y = 1 \\ 3x + 6y = 2 \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} 2x - 6y = 2 \\ 3x + 6y = 2 \end{array} \right\} \rightarrow 5x = 4 \rightarrow x = \frac{4}{5} \rightarrow \frac{4}{5} - 3y = 1 \rightarrow$$

$$\rightarrow y = \frac{4/5 - 1}{3} = -\frac{1}{15}$$

Solución: $x = \frac{4}{5}, y = -\frac{1}{15}$

f)
$$\begin{cases} 3x + 2y = 3 \\ x + y = 7/6 \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} 3x + 2y = 3 \\ -2x - 2y = -14/6 \end{array} \right\} \rightarrow x = 3 - \frac{14}{6} = \frac{2}{3} \rightarrow \frac{2}{3} + y = \frac{7}{6} \rightarrow$$

$$\rightarrow y = \frac{7}{6} - \frac{2}{3} = \frac{1}{2}$$

Solución: $x = \frac{2}{3}, y = \frac{1}{2}$

9 ■■■ Resuelve estos sistemas por el método que consideres más adecuado:

$$\text{a) } \begin{cases} x - y = 1 \\ 4x - 3y = 8 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 3x = 1 + y \\ 3 + 2y = 10x \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} 2x + 5y = -1 \\ 4x - 3y = -2 \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} 3x - 2y = 2 \\ x + 4y = -5/3 \end{cases}$$

$$\text{a) } \begin{cases} x - y = 1 \\ 4x - 3y = 8 \end{cases} \text{ Por sustitución: } \begin{cases} x = 1 + y \\ 4(1 + y) - 3y = 8 \end{cases} \rightarrow \\ \rightarrow 4 + 4y - 3y = 8 \rightarrow y = 4 \rightarrow x = 1 + 4 = 5 \\ \text{Solución: } x = 5, y = 4$$

$$\text{b) } \begin{cases} 3x = 1 + y \\ 3 + 2y = 10x \end{cases} \text{ Por sustitución: } \begin{cases} y = 3x - 1 \\ 3 + 2(3x - 1) = 10x \end{cases} \rightarrow \\ \rightarrow 3 + 6x - 2 = 10x \rightarrow 1 = 4x \rightarrow x = \frac{1}{4} \rightarrow y = 3 \cdot \frac{1}{4} - 1 = -\frac{1}{4} \\ \text{Solución: } x = \frac{1}{4}, y = -\frac{1}{4}$$

$$\text{c) } \begin{cases} 2x + 5y = -1 \\ 4x - 3y = -2 \end{cases} \text{ Por reducción: } \begin{cases} -4x - 10y = 2 \\ 4x - 3y = -2 \end{cases} \rightarrow \\ \rightarrow -13y = 0 \rightarrow y = 0 \rightarrow 2x + 5 \cdot 0 = -1 \rightarrow x = -\frac{1}{2} \\ \text{Solución: } x = -\frac{1}{2}, y = 0$$

$$\text{d) } \begin{cases} 3x - 2y = 2 \\ x + 4y = -5/3 \end{cases} \text{ Por reducción: } \begin{cases} 6x - 4y = 4 \\ x + 4y = -5/3 \end{cases} \rightarrow \\ \rightarrow 7x = \frac{7}{3} \rightarrow x = \frac{1}{3} \rightarrow 3 \cdot \frac{1}{3} - 2y = 2 \rightarrow -2y = 1 \rightarrow y = -\frac{1}{2} \\ \text{Solución: } x = \frac{1}{3}, y = -\frac{1}{2}$$

10 ■■■ Resuelve los sistemas siguientes:

$$a) \begin{cases} 2x + y = 0 \\ 5x - 3 = 9y - 3 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} \frac{x}{3} - \frac{y}{2} = 4 \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{4} = 2 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} 2(3x - 2) = y - 1 \\ 3(x + y) + 2(x - y) = 8 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} x + \frac{y-2}{4} = 1 \\ x - \frac{3}{2}y = 5 \end{cases}$$

$$a) \begin{cases} 2x + y = 0 \\ 5x - 3 = 9y - 3 \end{cases} \left. \vphantom{\begin{cases} 2x + y = 0 \\ 5x - 3 = 9y - 3 \end{cases}} \right\} \text{ Por sustitución: } y = -2x \rightarrow 5x - 3 = 9(-2x) - 3 \rightarrow \\ \rightarrow 5x - 3 = -18x - 3 \rightarrow 23x = 0 \rightarrow x = 0 \rightarrow y = -2 \cdot 0 = 0 \\ \text{Solución: } x = 0, y = 0$$

$$b) \begin{cases} \frac{x}{3} - \frac{y}{2} = 4 \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{4} = 2 \end{cases} \left. \vphantom{\begin{cases} \frac{x}{3} - \frac{y}{2} = 4 \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{4} = 2 \end{cases}} \right\} \text{ Por reducción: } \begin{cases} 2x - 3y = 24 \\ 2x + y = 8 \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} 2x - 3y = 24 \\ -2x - y = -8 \end{array} \right\} \rightarrow$$

$$\rightarrow -4y = 16 \rightarrow y = -4 \rightarrow 2x - 3(-4) = 24 \rightarrow 2x = 12 \rightarrow x = 6 \\ \text{Solución: } x = 6, y = -4$$

$$c) \begin{cases} 2(3x - 2) = y - 1 \\ 3(x + y) + 2(x - y) = 8 \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} 6x - 4 = y - 1 \\ 3x + 3y + 2x - 2y = 8 \end{array} \right. \rightarrow \begin{cases} 6x - y = 3 \\ 5x + y = 8 \end{cases}$$

$$\text{Por reducción: } 11x = 11 \rightarrow x = 1 \rightarrow 6 \cdot 1 - y = 3 \rightarrow y = 3$$

$$\text{Solución: } x = 1, y = 3$$

$$d) \begin{cases} x + \frac{y-2}{4} = 1 \\ x - \frac{3}{2}y = 5 \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} 4x + y - 2 = 4 \\ 2x - 3y = 10 \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} 4x + y = 6 \\ 2x - 3y = 10 \end{array} \right\} \text{ Por reducción:}$$

$$\begin{cases} 12x + 3y = 18 \\ 2x - 3y = 10 \end{cases} \rightarrow 14x = 28 \rightarrow x = 2 \rightarrow 2 - \frac{3}{2}y = 5 \rightarrow y = \frac{2-5}{3/2} = -2$$

$$\text{Solución: } x = 2, y = -2$$

11 ■■■ Observa las ecuaciones que forman los siguientes sistemas y di cuál de ellos tiene una única solución, cuál no tiene solución y cuál tiene infinitas soluciones. Compruébalo representando las rectas que los forman:

a) $\begin{cases} 2x - y = 1 \\ 4x - 2y = 8 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x - 2y = 5 \\ 2x - 4y = 10 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 5x + 2y = -1 \\ 4x - y = 7 \end{cases}$ d) $\begin{cases} x - 2y = 5 \\ 2x - 4y = -3 \end{cases}$

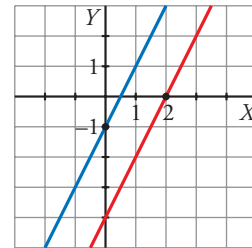
a) $\begin{cases} 2x - y = 1 \\ 4x - 2y = 8 \end{cases}$ No tiene solución

$$2x - y = 1$$

<i>x</i>	0	2
<i>y</i>	-1	3

$$4x - 2y = 8 \rightarrow 2x - y = 4$$

<i>x</i>	0	2
<i>y</i>	-4	0



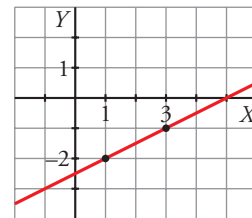
b) $\begin{cases} x - 2y = 5 \\ 2x - 4y = 10 \end{cases}$ Tiene infinitas soluciones

$$x - 2y = 5$$

<i>x</i>	1	3
<i>y</i>	-2	-1

$$2x - 4y = 10 \rightarrow x - 2y = 5$$

Es la misma recta



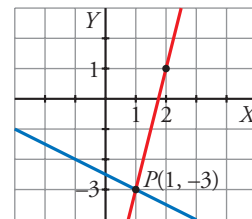
c) $\begin{cases} 5x + 2y = -1 \\ 4x - y = 7 \end{cases}$ Tiene una solución, $x = 1, y = -3$.

$$5x + 2y = -1$$

<i>x</i>	1	-1
<i>y</i>	-3	-2

$$4x - y = 7$$

<i>x</i>	1	2
<i>y</i>	-3	1



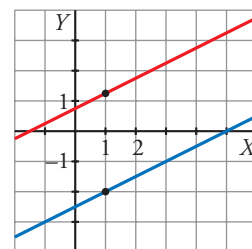
d) $\begin{cases} x - 2y = 5 \\ 2x - 4y = -3 \end{cases}$ No tiene solución

$$x - 2y = 5$$

<i>x</i>	1	-1
<i>y</i>	-2	-3

$$2x - 4y = -3$$

<i>x</i>	1	3
<i>y</i>	5/4	9/4



12 ■■■ Completa los siguientes sistemas de modo que el primero tenga la solución $x = 3, y = -2$; el segundo sea incompatible y el tercero y el cuarto sean indeterminados:

a) $\begin{cases} 3x + 2y = \dots \\ \dots - y = 8 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x + y = 5 \\ 2x + 2y = \dots \end{cases}$ c) $\begin{cases} 3x - 2y = 4 \\ 6x - 4y = \dots \end{cases}$ d) $\begin{cases} -x + 2y = 7 \\ \dots - 4y = \dots \end{cases}$

a) $\begin{cases} 3x + 2y = \dots \\ \dots - y = 8 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3 \cdot 3 + 2(-2) = 5 \\ \dots = 8 + y = 8 - 2 = 6 \end{cases} \rightarrow \text{Solución: } \begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ 6x - y = 8 \end{cases}$

$$b) \begin{cases} x + y = 5 \\ 2x + 2y = \dots \end{cases} \quad \text{Puede ser cualquier número distinto de 10.}$$

$$\text{Por ejemplo: } \begin{cases} x + y = 5 \\ 2x + 2y = 1 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} 3x - 2y = 4 \\ 6x - 4y = \dots \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x - 2y = 4 \\ 6x - 4y = 8 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} -x + 2y = 7 \\ \dots - 4y = \dots \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -x + 2y = 7 \\ 2x - 4y = -14 \end{cases}$$

PÁGINA 134

13 Representa los pares de rectas correspondientes a cada sistema y di si son equivalentes:

$$a) \begin{cases} 2x + y = 3 \\ x - y = 3 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} y + 1 = 0 \\ 3x - 4y = 10 \end{cases}$$

$$a) \begin{cases} 2x + y = 3 \\ x - y = 3 \end{cases}$$

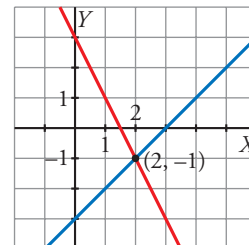
$$2x + y = 3$$

x	0	1
y	3	1

$$x - y = 3$$

x	0	1
y	-3	-2

Solución: $x = 2$, $y = -1$



$$b) \begin{cases} y + 1 = 0 \\ 3x - 4y = 10 \end{cases}$$

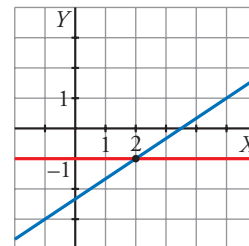
$$y = -1$$

$$3x - 4y = 10$$

x	2	0
y	-1	-2,5

Solución: $x = 2$, $y = -1$

Los sistemas son equivalentes, porque tienen la misma solución.



14 ■■■ Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones, aplicando dos veces el método de reducción para despejar cada una de las incógnitas:

$$\text{a) } \begin{cases} 13x - 8y = 15 \\ 7x - 14y = 9 \end{cases} \qquad \text{b) } \begin{cases} 9x - 13y = 54 \\ 11x - 7y = 22 \end{cases}$$

$$\text{a) } \begin{cases} 13x - 8y = 15 \\ 7x - 14y = 9 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 91x - 56y = 105 \\ -91x + 182y = -117 \end{cases} \rightarrow 126y = -12 \rightarrow y = -\frac{2}{21}$$

$$\begin{cases} 182x - 112y = 210 \\ -56x + 112y = -72 \end{cases} \rightarrow 126x = 138 \rightarrow x = \frac{23}{21}$$

$$\text{Solución: } x = \frac{23}{21}, y = -\frac{2}{21}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 9x - 13y = 54 \\ 11x - 7y = 22 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 99x - 143y = 594 \\ -99x + 63y = -198 \end{cases} \rightarrow -80y = 396 \rightarrow y = -\frac{99}{20}$$

$$\begin{cases} 63x - 91y = 378 \\ -143x + 91y = -286 \end{cases} \rightarrow -80x = 92 \rightarrow x = -\frac{23}{20}$$

$$\text{Solución: } x = -\frac{23}{20}, y = -\frac{99}{20}$$

15 ■■■ Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones. Para ello, simplifica previamente las ecuaciones que los forman:

$$\text{a) } \begin{cases} \frac{2}{3}x + y = -1 \\ \frac{x+1}{3} + \frac{y-1}{6} = -1 \end{cases} \qquad \text{b) } \begin{cases} \frac{x+1}{3} + y = 1 \\ \frac{x-3}{4} + 2y = 1 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} \frac{2-x}{3} + \frac{3+y}{6} = 2 \\ \frac{8-3x}{6} - \frac{2+y}{9} = 2 \end{cases} \qquad \text{d) } \begin{cases} \frac{x-1}{2} + \frac{y+1}{4} = 1 \\ \frac{2x-1}{2} - \frac{2y+1}{6} = 1 \end{cases}$$

$$\text{a) } \begin{cases} \frac{2}{3}x + y = -1 \\ \frac{x+1}{3} + \frac{y-1}{6} = -1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x + 3y = -3 \\ 2(x+1) + y - 1 = -6 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x + 3y = -3 \\ 2x + y = -7 \end{cases} \rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{cases} 2x + 3y = -3 \\ -2x - y = 7 \end{cases} \rightarrow 2y = 4 \rightarrow y = 2 \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{2}{3}x + 2 = -1 \rightarrow x = \frac{-3}{2/3} = -\frac{9}{2}$$

$$\text{Solución: } x = -\frac{9}{2}, y = 2$$

$$\begin{aligned}
 \text{b) } \begin{cases} \frac{x+1}{3} + y = 1 \\ \frac{x-3}{4} + 2y = 1 \end{cases} &\rightarrow \begin{cases} x+1+3y=3 \\ x-3+8y=4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x+3y=2 \\ x+8y=7 \end{cases} \rightarrow \\
 &\rightarrow \begin{cases} x+3y=2 \\ -x-8y=-7 \end{cases} \rightarrow -5y=-5 \rightarrow y=1 \rightarrow \\
 &\rightarrow \frac{x+1}{3} + 1 = 1 \rightarrow x = -1
 \end{aligned}$$

Solución: $x = -1$, $y = 1$

$$\begin{aligned}
 \text{c) } \begin{cases} \frac{2-x}{3} + \frac{3+y}{6} = 2 \\ \frac{8-3x}{6} - \frac{2+y}{9} = 2 \end{cases} &\rightarrow \begin{cases} 2(2-x) + 3+y = 12 \\ 3(8-3x) - 2(2+y) = 36 \end{cases} \rightarrow \\
 &\rightarrow \begin{cases} 4-2x+3+y=12 \\ 24-9x-4-2y=36 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -2x+y=5 \\ -9x-2y=16 \end{cases} \rightarrow \\
 &\rightarrow \begin{cases} -4x+2y=10 \\ -9x-2y=16 \end{cases} \rightarrow -13x=26 \rightarrow x=-2 \rightarrow \\
 &\rightarrow \frac{2-(-2)}{3} + \frac{3+y}{6} = 2 \rightarrow \frac{3+y}{6} = 2 - \frac{4}{3} \rightarrow \\
 &\rightarrow \frac{3+y}{6} = \frac{2}{3} \rightarrow y=1
 \end{aligned}$$

Solución: $x = -2$, $y = 1$

$$\begin{aligned}
 \text{d) } \begin{cases} \frac{x-1}{2} + \frac{y+1}{4} = 1 \\ \frac{2x-1}{2} - \frac{2y+1}{6} = 1 \end{cases} &\rightarrow \begin{cases} 2(x-1) + y+1 = 4 \\ 3(2x-1) - (2y+1) = 6 \end{cases} \rightarrow \\
 &\rightarrow \begin{cases} 2x-2+y+1=4 \\ 6x-3-2y-1=6 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x+y=5 \\ 6x-2y=10 \end{cases} \rightarrow \\
 &\rightarrow \begin{cases} 4x+2y=10 \\ 6x-2y=10 \end{cases} \rightarrow 10x=20 \rightarrow x=2 \rightarrow \\
 &\rightarrow \frac{2-1}{2} + \frac{y+1}{4} = 1 \rightarrow \frac{y+1}{4} = \frac{1}{2} \rightarrow y=1
 \end{aligned}$$

Solución: $x = 2$, $y = 1$

16 ■■■ Resuelve los siguientes sistemas. Indica si alguno de ellos es incompatible o indeterminado.

$$a) \begin{cases} 2x - 5y = -2 \\ 3,25x - 2,5y = 8 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 0,2x - 1,7y = 6,1 \\ 3x + 2y = 9 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} 3(x - 1) + y = 0 \\ 3(x + 1) + y = -5 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} x + y = 4 - y \\ 3x - 5 = 7 - 6y \end{cases}$$

$$a) \begin{cases} 2x - 5y = -2 \\ 3,25x - 2,5y = 8 \end{cases} \text{ Por reducción: } \begin{cases} 2x - 5y = -2 \\ -6,5x + 5y = -16 \end{cases} \rightarrow$$

$$\rightarrow -4,5x = -18 \rightarrow x = 4 \rightarrow 2 \cdot 4 - 5y = -2 \rightarrow 10 = 5y \rightarrow y = 2$$

Solución: $x = 4$, $y = 2$

$$b) \begin{cases} 0,2x - 1,7y = 6,1 \\ 3x + 2y = 9 \end{cases} \text{ Por sustitución: } y = \frac{9 - 3x}{2}$$

$$0,2x - 1,7\left(\frac{9 - 3x}{2}\right) = 6,1 \rightarrow 0,2x - \frac{15,3 - 5,1x}{2} = 6,1$$

$$0,4x - 15,3 + 5,1x = 12,2 \rightarrow 5,5x = 27,5 \rightarrow x = 5 \rightarrow$$

$$\rightarrow y = \frac{9 - 3 \cdot 5}{2} = -3$$

Solución: $x = 5$, $y = -3$

$$c) \begin{cases} 3(x - 1) + y = 0 \\ 3(x + 1) + y = -5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x - 3 + y = 0 \\ 3x + 3 + y = -5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x + y = 3 \\ 3x + y = -8 \end{cases}$$

No tiene solución. Es incompatible.

$$d) \begin{cases} x + y = 4 - y \\ 3x - 5 = 7 - 6y \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + 2y = 4 \\ 3x + 6y = 12 \end{cases}$$

Tiene infinitas soluciones. Es indeterminado.

PIENSA Y RESUELVE

17 ■■■ Halla dos números tales que su suma sea 160, y su diferencia, 34.

Llamamos x e y a los números.

$$\begin{cases} x + y = 160 \\ x - y = 34 \end{cases} \rightarrow 2x = 194 \rightarrow x = 97 \rightarrow 97 + y = 160 \rightarrow y = 63$$

Los números son 97 y 63.

- 18** ■■■ Por dos bolígrafos y tres cuadernos he pagado 7,80 €; por cinco bolígrafos y cuatro cuadernos, pagué 13,2 €. ¿Cuál es el precio de un bolígrafo? ¿Y de un cuaderno?

x es el precio de un bolígrafo e y es el precio de un cuaderno.

$$\begin{cases} 2x + 3y = 7,80 \\ 5x + 4y = 13,2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = \frac{7,80 - 3y}{2} \\ 5\left(\frac{7,80 - 3y}{2}\right) + 4y = 13,2 \end{cases} \rightarrow$$

$$\rightarrow 39 - 15y + 8y = 26,4 \rightarrow -7y = -12,6 \rightarrow y = 1,8 \text{ €} \rightarrow$$

$$\rightarrow x = \frac{7,80 - 3 \cdot 1,8}{2} = 1,2 \text{ €}$$

Un bolígrafo cuesta 1,2 €, y un cuaderno, 1,8 €.

- 19** ■■■ Un librero ha vendido 45 libros, unos a 32 € y otros a 28 €. Obtuvo por la venta 1 368 €. ¿Cuántos libros vendió de cada clase?

x son los libros de 32 € e y son los de 28 €.

$$\begin{cases} x + y = 45 \\ 32x + 28y = 1\,368 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = 45 - x \\ 32x + 28(45 - x) = 1\,368 \end{cases} \rightarrow$$

$$\rightarrow 32x + 1\,260 - 28x = 1\,368 \rightarrow 4x = 108 \rightarrow$$

$$\rightarrow x = 27 \rightarrow y = 45 - 27 = 18$$

Vendió 27 libros de 32 € y 18 libros de 28 €.

- 20** ■■■ En un corral hay conejos y gallinas que hacen un total de 29 cabezas y 92 patas. ¿Cuántos animales hay de cada clase?

x es el número de gallinas, e y , el de conejos.

$$\begin{cases} x + y = 29 \\ 2x + 4y = 92 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = 29 - x \\ 2x + 4(29 - x) = 92 \end{cases} \rightarrow$$

$$\rightarrow 2x + 116 - 4x = 92 \rightarrow -2x = -24 \rightarrow$$

$$\rightarrow x = 12 \rightarrow y = 29 - 12 = 17$$

Hay 12 gallinas y 17 conejos.

- 21** ■■■ Un examen tipo test consta de 50 preguntas y hay que contestar a todas. Por cada acierto se obtiene un punto y por cada fallo se restan 0,5 puntos. Si mi nota ha sido 24,5, ¿cuántos aciertos y cuántos fallos he tenido?

x es el número de aciertos, e y , el de fallos.

$$\begin{cases} x + y = 50 \\ x - 0,5y = 24,5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -x - y = -50 \\ x - 0,5y = 24,5 \end{cases} \rightarrow -1,5y = -25,5 \rightarrow y = 17 \rightarrow x = 33$$

He tenido 33 aciertos y 17 fallos.

- 22** ■■■ Una cooperativa ha envasado 2 000 l de aceite en botellas de 1,5 l y 2 l. Si ha utilizado 1 100 botellas, ¿cuántas se han necesitado de cada clase?

x son las botellas de 1,5 l, e y , las de 2 l.

$$\begin{cases} x + y = 1\,100 \\ 1,5x + 2y = 2\,000 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -2x - 2y = -2\,200 \\ 1,5x + 2y = 2\,000 \end{cases} \rightarrow$$

$$\rightarrow -0,5x = -200 \rightarrow x = 400 \rightarrow y = 1\,100 - 400 = 700$$

Se han utilizado 400 botellas de 1,5 l y 700 de 2 l.

- 23** ■■■ Halla dos números naturales tales que su suma sea 154, y su cociente, $\frac{8}{3}$.

Llamamos x e y a los números.

$$\begin{cases} x + y = 154 \\ \frac{x}{y} = \frac{8}{3} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = 154 - x \\ 3x = 8y \end{cases} \rightarrow 3x = 8(154 - x) \rightarrow 3x = 1\,232 - 8x \rightarrow$$

$$\rightarrow 11x = 1\,232 \rightarrow x = 112 \rightarrow y = 154 - 112 = 42$$

Los números son 112 y 42.

- 24** ■■■ Halla dos números naturales que suman 140 y tales que al dividir el mayor entre el menor obtenemos 2 de cociente y 14 de resto.

👉 *Recuerda: Dividendo = divisor \times cociente + resto.*

Los números son x e y .

$$\begin{cases} x + y = 140 \\ x = 2y + 14 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2y + 14 + y = 140 \\ x = 2 \cdot 42 + 14 = 98 \end{cases} \rightarrow 3y = 126 \rightarrow y = 42$$

98 y 42 son los números buscados.

- 25** ■■■ La suma de las edades de una madre y su hijo es 56 años. Hace 10 años, la edad de la madre era el quintuplo de la edad que tenía el hijo. ¿Cuál es la edad actual de cada uno?

	HOY	HACE 10 AÑOS
MADRE	x	$x - 10$
HIJO	y	$y - 10$
	56	$x - 10 = 5(y - 10)$

$$\begin{cases} x + y = 56 \\ x - 10 = 5(y - 10) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + y = 56 \\ x - 10 = 5y - 50 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = 56 - x \\ x - 10 = 5(56 - x) - 50 \end{cases} \rightarrow$$

$$\rightarrow x - 10 = 280 - 5x - 50 \rightarrow 6x = 240 \rightarrow$$

$$\rightarrow x = 40 \rightarrow y = 56 - 40 = 16$$

La madre tiene 40 años, y el hijo, 16 años.

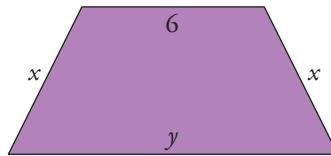
- 26** ■■■ Hace tres años la edad de Nuria era el doble de la de su hermana Marta. Dentro de 7 años, será los $\frac{4}{3}$ de la que entonces tenga Marta. Calcula la edad actual de cada una.

	HOY	HACE 3 AÑOS	DENTRO DE 7 AÑOS
NURIA	x	$x - 3$	$x + 7$
MARTA	y	$y - 3$	$y + 7$

$$\begin{cases} x - 3 = 2(y - 3) \\ x + 7 = \frac{4}{3}(y + 7) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x - 3 = 2y - 6 \\ 3x + 21 = 4y + 28 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 2y - 3 \\ 3(2y - 3) - 4y = 7 \end{cases} \rightarrow \\ \rightarrow 6y - 9 - 4y = 7 \rightarrow 2y = 16 \rightarrow y = 8 \rightarrow x = 13$$

Nuria tiene 13 años, y Marta, 8 años.

- 27** ■■■ La base menor de un trapecio isósceles mide 6 m y la base mayor mide lo mismo que los lados iguales juntos. Si el perímetro del trapecio es 38 m, ¿cuánto mide cada lado?



$$\begin{cases} y = 2x \\ 6 + 2x + y = 38 \end{cases} \rightarrow 6 + 2x + 2x = 38 \rightarrow 4x = 32 \rightarrow x = 8 \text{ m} \rightarrow y = 16 \text{ m}$$

La base mayor mide 16 m, y los lados oblicuos, 8 m, respectivamente.

- 28** ■■■ He cambiado un montón de monedas de 20 céntimos por monedas de 1 €, de manera que ahora tengo 24 monedas menos que antes. ¿Cuántas monedas de 20 céntimos tenía?

Tengo x monedas de 0,20 €. El número de monedas de 1 € es y .

$$\begin{cases} x \cdot 0,2 = y \\ y = x - 24 \end{cases} \rightarrow 0,2x = x - 24 \rightarrow 24 = 0,8x \rightarrow x = 30 \rightarrow y = 30 - 24 = 6$$

Tenía 30 monedas de 0,2 € y las he cambiado por 6 monedas de 1 €.

- 29** ■■■ Si Álvaro regala a Rita 4 de sus discos, ella tendrá el doble que él. Si Rita da 6 de sus discos a Álvaro, entonces será él el que tenga el doble que ella. ¿Cuántos discos tiene cada uno?

Discos de Álvaro: x Discos de Rita: y

$$\begin{cases} 2(x - 4) = y + 4 \\ x + 6 = 2(y - 6) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x - 8 = y + 4 \\ x + 6 = 2y - 12 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = 2x - 12 \\ x + 6 = 2(2x - 12) - 12 \end{cases}$$

$$x + 6 = 4x - 24 - 12 \rightarrow 3x = 42 \rightarrow x = 14 \rightarrow y = 2 \cdot 14 - 12 = 16$$

Álvaro tiene 14 discos, y Rita, 16.

PÁGINA 135

30 ■■■ Problema resuelto

He pagado 55,72 € por una camiseta y un pantalón que costaban 70 € entre los dos. En la camiseta me han hecho un 18% de descuento, y en el pantalón, un 22%. ¿Cuál era el precio original de cada artículo?

La camiseta vale x ; con la rebaja del 18% pago $0,82x$. El pantalón vale y ; con la rebaja del 22% pago $0,78y$.

Por tanto:

$$\begin{aligned} \begin{cases} x + y = 70 \\ 0,82x + 0,78y = 55,72 \end{cases} &\rightarrow \begin{cases} y = 70 - x \\ 0,82x + 0,78(70 - x) = 55,72 \end{cases} \rightarrow \\ &\rightarrow 0,82x + 54,6 - 0,78x = 55,72 \rightarrow \\ &\rightarrow 0,04x = 1,12 \rightarrow x = 28 \rightarrow \\ &\rightarrow y = 70 - 28 = 42 \end{aligned}$$

La camiseta vale 28 €, y el pantalón, 42 €.

$$\text{Comprobación: } \begin{cases} 28 + 42 = 70 \\ 22,96 + 32,76 = 55,72 \end{cases}$$

31 ■■■ Por unos zapatos y una chaqueta he pagado 126 €. Si el precio de los zapatos aumentara en un 14%, entonces sería igual al 75% del precio de la chaqueta. ¿Cuánto he pagado por cada uno?

Precio de los zapatos: x ; precio de la chaqueta: y ;

$$\begin{aligned} \begin{cases} x + y = 126 \\ 1,14x = 0,75y \end{cases} &\rightarrow \begin{cases} y = 126 - x \\ 1,14x = 0,75(126 - x) \end{cases} \rightarrow \\ &\rightarrow 1,14x = 94,5 - 0,75x \rightarrow 1,89x = 94,5 \rightarrow \\ &\rightarrow x = 50 \text{ €} \rightarrow y = 76 \text{ €} \end{aligned}$$

He pagado 50 € por los zapatos y 76 € por la chaqueta.

32 ■■■ Los alumnos de un centro escolar son 420 entre ESO y Bachillerato. El 42% de ESO y el 52% de Bachillerato son chicas, lo que supone un total de 196 mujeres. Calcula cuántos estudiantes hay en ESO y cuántos en Bachillerato.

x es el número de alumnos de ESO e y los de Bachillerato.

$$\begin{aligned} \begin{cases} x + y = 420 \\ 0,42x + 0,52y = 196 \end{cases} &\rightarrow \begin{cases} y = 420 - x \\ 0,42x + 0,52(420 - x) = 196 \end{cases} \rightarrow \\ &\rightarrow 0,42x - 0,52x = 196 - 218,4 \rightarrow \\ &\rightarrow 0,1x = 22,4 \rightarrow x = 224 \rightarrow \\ &\rightarrow y = 420 - 224 = 196 \end{aligned}$$

Son 224 alumnos en la ESO y 196 en Bachillerato.

- 33** ■■■ Un comerciante compró 35 juegos de un tipo y 25 de otro pagando por ellos 1 220 €. Con la venta de los primeros ganó un 25% y con los segundos perdió el 5%, de forma que obtuvo 170 € de ganancia sobre el precio de compra. Calcula el precio de compra de cada tipo de juego.

Precios de compra de cada tipo de juego: x e y .

$$\begin{cases} 35x + 25y = 1220 \\ 1,25 \cdot 35x + 0,95 \cdot 25y = 1390 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 7x + 5y = 244 \\ 43,75x + 23,75y = 1390 \end{cases} \rightarrow$$

$$\rightarrow y = \frac{244 - 7x}{5} \rightarrow 43,75x + \left(\frac{244 - 7x}{5}\right) = 1390 \rightarrow$$

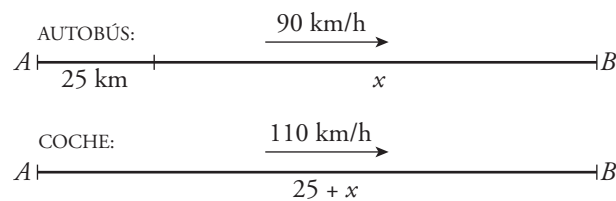
$$\rightarrow 43,75x + 1159 - 33,25x = 1390 \rightarrow$$

$$\rightarrow 10,5x = 231 \rightarrow x = 22 \rightarrow y = \frac{244 - 7 \cdot 22}{5} = 18$$

Los precios de compra fueron 22 € y 18 €, respectivamente.

34 ■■■ Problema resuelto

Un autobús sale de A a 90 km/h. Cuando ha recorrido 25 km, sale de A un coche a 110 km/h que quiere alcanzar al autobús. ¿Cuánto tiempo tarda en hacerlo y qué distancia recorre hasta conseguirlo?



	ESPACIO	VELOCIDAD	TIEMPO
AUTOBÚS	x	90	t
COCHE	$25 + x$	110	t

Sabemos que $\text{espacio} = \text{velocidad} \cdot \text{tiempo}$.

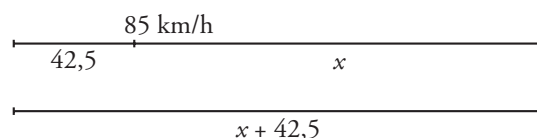
$$\left. \begin{array}{l} x = 90t \\ 25 + x = 110t \end{array} \right\} \rightarrow 25 + 90t = 110t \rightarrow 20t = 25 \rightarrow t = 1,25 \rightarrow x = 112,5$$

Tarda 1,25 h y recorre 137,5 km.

- 35** ■■■ Un tren regional sale de una estación a 85 km/h. Media hora más tarde sale otro más rápido en la misma dirección a 110 km/h. Calcula el tiempo que tardará en alcanzarlo y la distancia recorrida hasta lograrlo.

t : tiempo que tarda en alcanzarlo.

x : distancia que recorre el tren regional hasta el alcance.



$$85 \cdot 0,5 = 42,5$$

$$\begin{cases} x = 85t \\ x + 42,5 = 110t \end{cases} \rightarrow 85t + 42,5 = 110t \rightarrow 25t = 42,5 \rightarrow$$

$$\rightarrow t = 1,7 \rightarrow x = 144,5 \rightarrow 144,5 + 42,5 = 187$$

Tarda 1h 42 min y recorre 187 km.

- 36** ■■■ Dos ciudades, A y B , distan 234 km. De A sale un autobús en dirección a B y simultáneamente sale de B un tren en dirección a A . Tardan en cruzarse 1 hora y 30 minutos. ¿Cuál es la velocidad de cada uno sabiendo que la del autobús supera a la del tren en 5 km/h?



$$\begin{cases} x = v \cdot 1,5 \\ 234 - x = (v + 5) \cdot 1,5 \end{cases} \rightarrow 234 - 1,5v = 1,5v - 7,5 \rightarrow$$

$$\rightarrow 234 - 7,5 = 3v \rightarrow v = \frac{226,5}{3} = 75,5 \text{ km/h}$$

El tren va a 75,5 km/h, y el autobús, a 80,5 km/h.

- 37** ■■■ Un automóvil tarda dos horas en recorrer la distancia entre dos ciudades. Si su velocidad hubiera sido superior en 30 km/h, habría tardado una hora y cuarto. ¿Cuál es la distancia entre las dos ciudades?

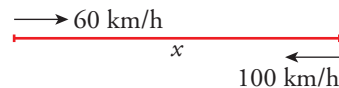
x es la distancia que tiene que recorrer y v la velocidad que lleva.

$$\begin{cases} x = 2v \\ x = 1,25(v + 30) \end{cases} \rightarrow 2v = 1,25v + 37,5 \rightarrow 0,75v = 37,5 \rightarrow$$

$$\rightarrow v = 50 \text{ km/h} \rightarrow x = 2 \cdot 50 = 100$$

La distancia es 100 km.

- 38** ■■■ Un autobús escolar hace la ruta entre dos pueblos, A y B . Cuando va con niños, lleva una velocidad media de 60 km/h y tarda un cuarto de hora más que si va vacío con una velocidad de 100 km/h. ¿Cuál es la distancia entre A y B ?



$$\begin{cases} x = 60t \\ x = 100(t - 0,25) \end{cases} \rightarrow 60t = 100t - 25 \rightarrow 40t = 25 \rightarrow$$

$$\rightarrow t = 0,625 \rightarrow x = 60 \cdot 0,625 = 37,5$$

La distancia entre A y B es 37,5 km.

- 39** ■■■ Hemos mezclado aceite de oliva de 3,5 €/l con aceite de girasol de 2 €/l para obtener 50 l de mezcla a 3,08 €/l. Calcula la cantidad de aceite de oliva y de aceite de girasol que hemos mezclado.

	CANTIDAD	PRECIO
OLIVA	x	3,5
GIRASOL	y	2
MEZCLA	50	3,08

$$\begin{aligned} \begin{cases} x + y = 50 \\ 3,5x + 2y = 50 \cdot 3,08 \end{cases} &\rightarrow \begin{cases} y = 50 - x \\ 3,5x + 2(50 - x) = 154 \end{cases} \rightarrow \\ &\rightarrow 3,5x + 100 - 2x = 154 \rightarrow \\ &\rightarrow 1,5x = 54 \rightarrow x = 36 \rightarrow y = 14 \end{aligned}$$

36 l de aceite de oliva y 14 l de girasol.

- 40** ■■■ Si en un depósito que contiene agua a 50 °C añadimos agua a 15 °C, obtenemos 150 l a 36 °C. ¿Cuántos litros había en el depósito y cuántos hemos añadido?

x son los litros de agua que había en el depósito.

y son los litros que hemos añadido.

$$\begin{aligned} \begin{cases} x + y = 150 \\ 50x + 15y = 150 \cdot 36 \end{cases} &\rightarrow \begin{cases} y = 150 - x \\ 50x + 15(150 - x) = 5400 \end{cases} \rightarrow \\ &\rightarrow 50x + 2250 - 15x = 5400 \rightarrow \\ &\rightarrow 35x = 3150 \rightarrow x = 90 \rightarrow y = 150 - 90 = 60 \end{aligned}$$

Había 90 l de agua a 50° y hemos añadido 60 l de agua a 15°.

41 ■■■ Problema resuelto

Las dos cifras de un número suman 7. Si invertimos el orden de estas, obtenemos otro número que es igual al doble del anterior más 2 unidades. ¿Cuál es el número inicial?

Cifra de las decenas: x

Cifra de las unidades: y

Número inicial: $10x + y$

Número invertido: $10y + x$

1.ª condición: $x + y = 7$

2.ª condición: $10y + x = 2(10x + y) + 2$

$$\begin{aligned} \begin{cases} x + y = 7 \\ 10y + x = 2(10x + y) + 2 \end{cases} &\rightarrow \begin{cases} x + y = 7 \\ 10y + x = 20x + 2y + 2 \end{cases} \rightarrow \\ &\rightarrow \begin{cases} y = 7 - x \\ 10(7 - x) + x = 20x + 2(7 - x) + 2 \end{cases} \rightarrow \\ &\rightarrow 70 - 10x + x = 20x + 14 - 2x + 2 \rightarrow \\ &\rightarrow 27x = 54 \rightarrow x = 2 \rightarrow y = 5 \end{aligned}$$

El número buscado es 25.

PÁGINA 136

- 42** ■■■ Un número de tres cifras es capicúa y sus cifras suman 10. Si a dicho número le sumamos 10 veces la cifra de las decenas, el resultado es 261. ¿Cuál es el número?

x es la cifra de las unidades.

y es la cifra de las decenas.

x es la cifra de las centenas.

$$\begin{aligned} \begin{cases} 2x + y = 10 \\ 100x + 10y + x + 10y = 261 \end{cases} &\rightarrow \begin{cases} y = 10 - 2x \\ 101x + 20(10 - 2x) = 261 \end{cases} \rightarrow \\ &\rightarrow 101x + 200 - 40x = 261 \rightarrow \\ &\rightarrow 61x = 61 \rightarrow x = 1 \rightarrow y = 10 - 2 = 8 \end{aligned}$$

El número es 181.

- 43** ■■■ Si a un número de dos cifras le restamos el que resulta de invertir el orden de estas, obtenemos el doble de la cifra de las decenas del número inicial. Halla dicho número sabiendo que sus cifras suman 16.

x es la cifra de las decenas.

y es la cifra de las unidades.

$$\begin{aligned} \begin{cases} x + y = 16 \\ (10x + y) - (10y + x) = 2x \end{cases} &\rightarrow \begin{cases} y = 16 - x \\ 10x + 16 - x - 10(16 - x) - x = 2x \end{cases} \rightarrow \\ &\rightarrow 10x + 16 - x - 160 + 10x - x = 2x \rightarrow \\ &\rightarrow 16x = 144 \rightarrow x = 9 \rightarrow y = 7 \end{aligned}$$

El número es 97.

R REFLEXIONA SOBRE LA TEORÍA

- 44** ■■■ Escribe un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas cuya única solución sea $x = 2$, $y = -1$.

$$\left. \begin{cases} 3x + 2y = 4 \\ x - y = 3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3 \cdot 2 + 2(-1) = 4 \\ 2 - (-1) = 3 \end{cases} \right\} \rightarrow x = 2, y = -1 \text{ es solución.}$$

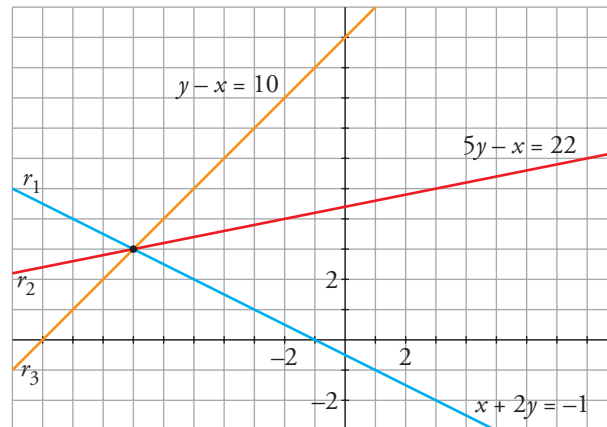
- 45** ■■■ Comprueba si $x = 3$, $y = 1$ es solución de alguno de estos sistemas de ecuaciones:

$$\text{a) } \begin{cases} x + y = 4 \\ x - 2y = 1 \\ 2x - 6y = 0 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} x - y = 2 \\ 2x - 3y = 3 \\ x + y = 5 \end{cases}$$

$$\text{a) } \left. \begin{cases} x + y = 4 & 3 + 1 = 4 \\ x - 2y = 1 & \rightarrow 3 - 2 = 1 \\ 2x - 6y = 0 & 2 \cdot 3 - 6 \cdot 1 = 0 \end{cases} \right\} x = 3, y = 1 \text{ es la solución de ese sistema.}$$

$$b) \left\{ \begin{array}{l} x - y = 2 \\ 2x - 3y = 3 \\ x + y = 5 \end{array} \right. \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 3 - 1 = 2 \\ 2 \cdot 3 - 3 \cdot 1 = 3 \\ 3 + 1 = 4 \neq 5 \end{array} \right. \left. \vphantom{\left\{ \begin{array}{l} x - y = 2 \\ 2x - 3y = 3 \\ x + y = 5 \end{array} \right.}} \right\} x = 3, y = 1 \text{ no es solución de ese sistema.}$$

46 ■■■ Observa la representación de las rectas r_1 , r_2 , r_3 y responde sin resolver.



a) ¿Cuál es la solución de los siguientes sistemas de ecuaciones?:

$$i) \left\{ \begin{array}{l} y - x = 10 \\ x + 2y = -1 \end{array} \right. \quad ii) \left\{ \begin{array}{l} 5y - x = 22 \\ y - x = 10 \end{array} \right.$$

b) ¿Cuál es la solución de este sistema?:

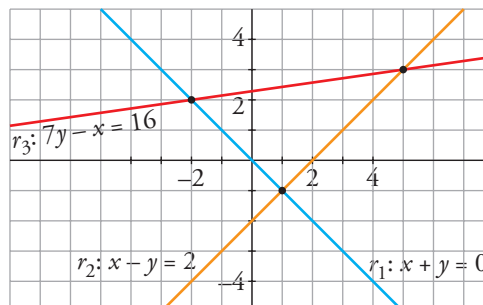
$$\left\{ \begin{array}{l} y - x = 10 \\ 5y - x = 22 \\ x + 2y = -1 \end{array} \right.$$

a) I) *Solución:* $x = -7, y = 3$

II) *Solución:* $x = -7, y = 3$

b) *Solución:* $x = -7, y = 3$

47 ■■■ Observa la representación de las rectas r_1 , r_2 , r_3 y responde sin resolver.



a) ¿Cuál es la solución de los sistemas siguientes?:

$$i) \left\{ \begin{array}{l} x + y = 0 \\ x - y = 2 \end{array} \right. \quad ii) \left\{ \begin{array}{l} x + y = 0 \\ 7y - x = 16 \end{array} \right. \quad iii) \left\{ \begin{array}{l} x - y = 2 \\ 7y - x = 16 \end{array} \right.$$

b) ¿Tiene alguna solución este sistema?:

$$\begin{cases} x + y = 0 \\ x - y = 2 \\ 7y - x = 16 \end{cases}$$

a) I) $\begin{cases} x + y = 0 \\ x - y = 2 \end{cases}$ Solución: $x = 1, y = -1$

II) $\begin{cases} x + y = 0 \\ 7y - x = 16 \end{cases}$ Solución: $x = -2, y = 2$

III) $\begin{cases} x - y = 2 \\ 7y - x = 16 \end{cases}$ Solución: $x = 5, y = 3$

b) No, porque las tres rectas no tienen ningún punto en común.

48 ■■■ Considera este sistema:

$$\begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ ax + by = 15 \end{cases}$$

¿Qué valores deben tomar a y b para que el sistema tenga infinitas soluciones?

Busca tres soluciones del sistema.

Para que tenga infinitas soluciones, la segunda ecuación debe ser proporcional a la primera.

Así: $\begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ ax + by = 15 \end{cases} \rightarrow a = 9 \text{ y } b = 6$

Soluciones: Damos valores a x para obtener puntos de la recta $3x + 2y = 5$:

$$x = 1, y = 1; \quad x = 0, y = \frac{5}{2}; \quad x = -1, y = 4$$

49 ■■■ Observa el sistema de ecuaciones siguiente:

$$\begin{cases} 3x + 2y = c \\ 6x + 4y = d \end{cases}$$

¿Qué condición deben cumplir c y d para que el sistema no tenga solución?

El sistema no tendrá solución cuando las dos rectas sean paralelas, es decir, cuando $d \neq 2c$.

50 ■■■ ¿Cuál debe ser el valor de m para que los sistemas a) y b) sean equivalentes?

a) $\begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ x + y = 8 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x - y = m \\ y = 3 \end{cases}$

La solución de a) es $x = 5, y = 3$.

b) debe tener la misma solución: $5 - 3 = m \rightarrow m = 2$

PÁGINA 137

PROFUNDIZA

51 ■■■ Ejercicio resuelto

Resolver por sustitución:
$$\begin{cases} 2x - y = 2 \\ x^2 + y^2 = 52 \end{cases}$$

Despejamos y en la 1.^a ecuación y sustituimos en la 2.^a:

$$\begin{aligned} y = 2x - 2 &\rightarrow x^2 + (2x - 2)^2 = 52 \rightarrow 5x^2 - 8x - 48 = 0 \rightarrow \\ &\rightarrow x = \frac{8 \pm \sqrt{8^2 + 4 \cdot 5 \cdot 48}}{10} = \frac{8 \pm 32}{10} \begin{cases} x = 4 \\ x = -12/5 \end{cases} \end{aligned}$$

Si $x = 4$, $y = 2 \cdot 4 - 2 = 6$.

Si $x = -\frac{12}{5}$, $y = 2\left(-\frac{12}{5}\right) - 2 = -\frac{34}{5}$.

52 ■■■ Resuelve por sustitución.

a)
$$\begin{cases} 2x + y = 4 \\ x^2 + y = 7 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} y - x = 0 \\ 2x^2 + y^2 = 147 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} x - y = 2 \\ x^2 - y^2 = 16 \end{cases}$$

d)
$$\begin{cases} x + y = 1 \\ 2x^2 - y^2 = 2 \end{cases}$$

a)
$$\begin{cases} 2x + y = 4 \\ x^2 + y = 7 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = 4 - 2x \\ x^2 + 4 - 2x = 7 \end{cases} \rightarrow$$

$$\rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \rightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 4 \cdot 3}}{2} = \frac{2 \pm 4}{2} \begin{cases} x = 3 \\ x = -1 \end{cases}$$

Si $x = 3$, $y = 4 - 2 \cdot 3 = -2$.

Si $x = -1$, $y = 4 - 2(-1) = 6$.

b)
$$\begin{cases} y - x = 0 \\ 2x^2 + y^2 = 147 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = x \\ 2x^2 + x^2 = 147 \end{cases} \rightarrow$$

$$\rightarrow 3x^2 = 147 \rightarrow x^2 = 49 \begin{cases} x = 7 \\ x = -7 \end{cases}$$

Si $x = 7$, $y = 7$.

Si $x = -7$, $y = -7$.

c)
$$\begin{cases} x - y = 2 \\ x^2 - y^2 = 16 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = x - 2 \\ x^2 - (x - 2)^2 = 16 \end{cases} \rightarrow$$

$$\rightarrow x^2 - x^2 + 4x - 4 = 16 \rightarrow 4x = 20 \rightarrow x = 5 \rightarrow y = 3$$

Solución: $x = 5$, $y = 3$

$$\begin{aligned} \text{d) } \begin{cases} x + y = 1 \\ 2x^2 - y^2 = 2 \end{cases} &\rightarrow \begin{cases} y = 1 - x \\ 2x^2 - (1 - x)^2 = 2 \end{cases} \rightarrow \\ &\rightarrow 2x^2 - 1 + 2x - x^2 = 2 \rightarrow x^2 + 2x - 3 = 0 \rightarrow \\ &\rightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 12}}{2} = \frac{-2 \pm 4}{2} \begin{cases} x = 1 \\ x = -3 \end{cases} \end{aligned}$$

Si $x = 1$, $y = 0$.

Si $x = -3$, $y = 1 - (-3) = 4$.

53 ■■■ La diferencia de dos números es 2, y la de sus cuadrados, 20. Halla esos números.

Los números son x e y .

$$\begin{aligned} \begin{cases} x - y = 2 \\ x^2 - y^2 = 20 \end{cases} &\rightarrow \begin{cases} x = 2 + y \\ (2 + y)^2 - y^2 = 20 \end{cases} \rightarrow \\ &\rightarrow 4 + 4y + y^2 - y^2 = 20 \rightarrow 4y = 16 \rightarrow y = 4 \rightarrow x = 6 \end{aligned}$$

Los números son 6 y 4.

54 ■■■ Halla dos números cuya suma es 12, y la de sus cuadrados, 80.

Los números son x e y .

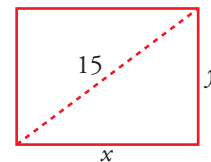
$$\begin{aligned} \begin{cases} x + y = 12 \\ x^2 + y^2 = 80 \end{cases} &\rightarrow \begin{cases} y = 12 - x \\ x^2 + (12 - x)^2 = 80 \end{cases} \rightarrow \\ &\rightarrow x^2 + 144 - 24x + x^2 = 80 \rightarrow 2x^2 - 24x + 64 = 0 \rightarrow \\ &\rightarrow x^2 - 12x + 32 = 0 \rightarrow \\ &\rightarrow x = \frac{12 \pm \sqrt{144 - 32 \cdot 4}}{2} = \frac{12 \pm 4}{2} \begin{cases} x = 8 \\ x = 4 \end{cases} \end{aligned}$$

Si $x = 8$, $y = 4$.

Si $x = 4$, $y = 8$.

Los números son 8 y 4.

55 ■■■ La diagonal de un rectángulo mide 15 cm, y su perímetro, 42 cm. Calcula sus lados.



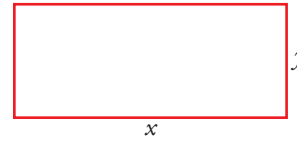
$$\begin{aligned} \begin{cases} 2x + 2y = 42 \\ x^2 + y^2 = 15^2 \end{cases} &\rightarrow \begin{cases} x + y = 21 \\ x^2 + y^2 = 225 \end{cases} \rightarrow \\ &\rightarrow \begin{cases} y = 21 - x \\ x^2 + (21 - x)^2 = 225 \end{cases} \rightarrow x^2 + 441 - 42x + x^2 = 225 \rightarrow \\ &\rightarrow 2x^2 - 42x + 216 = 0 \rightarrow x^2 - 21x + 108 = 0 \rightarrow \\ &\rightarrow x = \frac{21 \pm \sqrt{441 - 432}}{2} = \frac{21 \pm 3}{2} \begin{cases} x = 12 \\ x = 9 \end{cases} \end{aligned}$$

Si $x = 12$, $y = 21 - 12 = 9$.

Si $x = 9$, $y = 21 - 9 = 12$.

Los lados del rectángulo miden 9 cm y 12 cm, respectivamente.

- 56** ■■■ El perímetro de un rectángulo es 68 m, y su área, 240 m². Halla sus lados.



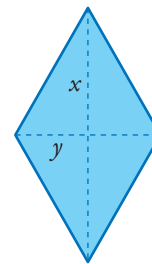
$$\begin{aligned} \begin{cases} 2x + 2y = 68 \\ xy = 240 \end{cases} &\rightarrow \begin{cases} x + y = 34 \\ xy = 240 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = 34 - x \\ x(34 - x) = 240 \end{cases} \rightarrow \\ &\rightarrow 34x - x^2 = 240 \rightarrow x^2 - 34x = 240 = 0 \rightarrow \\ &\rightarrow x = \frac{34 \pm \sqrt{34^2 - 4 \cdot 240}}{2} = \frac{34 \pm 14}{2} \begin{cases} x = 24 \\ x = 10 \end{cases} \end{aligned}$$

Si $x = 10$, $y = 34 - 10 = 24$.

Si $x = 24$, $y = 34 - 24 = 10$.

Los lados del rectángulo miden 10 cm y 24 cm, respectivamente.

- 57** ■■■ Las diagonales de un rombo se diferencian en 6 cm y su área es 56 cm². Calcula la medida de las diagonales.



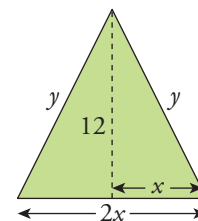
$$\begin{aligned} \begin{cases} x - y = 6 \\ \frac{x \cdot y}{2} = 56 \end{cases} &\rightarrow \begin{cases} x = 6 + y \\ (6 + y)y = 112 \end{cases} \rightarrow \\ &\rightarrow 6y + y^2 = 112 \rightarrow y^2 + 6y - 112 = 0 \rightarrow \\ &\rightarrow y = \frac{-6 \pm \sqrt{36 + 4 \cdot 112}}{2} = \frac{-6 \pm 22}{2} \begin{cases} y = 8 \\ y = -14 \text{ (No vale)} \end{cases} \end{aligned}$$

Si $y = 8$, $x = 6 + 8 = 14$.

Las diagonales miden 8 cm y 14 cm, respectivamente.

- 58** ■■■ El perímetro de un triángulo isósceles es 36 m. La altura relativa al lado desigual mide 12 m. Calcula la medida de los lados iguales.

👉 Si llamas x a la mitad de la base, se simplifican los cálculos.

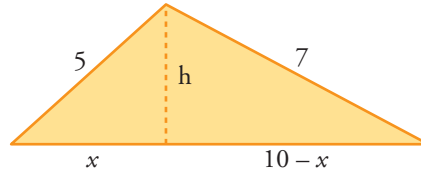


$$\begin{aligned} \begin{cases} 2x + 2y = 36 \\ y^2 - x^2 = 12^2 \end{cases} &\rightarrow \begin{cases} x + y = 18 \\ y^2 - x^2 = 144 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = 18 - x \\ (18 - x)^2 - x^2 = 144 \end{cases} \rightarrow \\ &\rightarrow 324 - 36x + x^2 - x^2 = 144 \rightarrow 36x = 180 \rightarrow \\ &\rightarrow x = 5 \rightarrow y = 18 - 5 = 13 \end{aligned}$$

Los lados iguales miden 13 cm.

- 59** ■■■ Los lados de un triángulo miden 5 cm, 7 cm y 10 cm, respectivamente. Calcula la altura relativa al lado más largo y halla el área del triángulo.

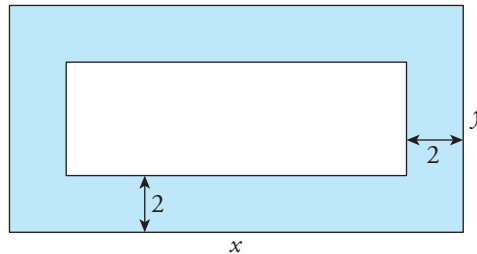
☞ Ten en cuenta que la altura h divide al triángulo original en dos triángulos rectángulos.



$$\begin{aligned} \begin{cases} h^2 + x^2 = 5^2 \\ h^2 + (10-x)^2 = 7^2 \end{cases} &\rightarrow \begin{cases} h^2 + x^2 = 25 \\ h^2 + 100 - 20x + x^2 = 49 \end{cases} \rightarrow \\ &\rightarrow \begin{cases} h^2 = 25 - x^2 \\ 25 - x^2 + 100 - 20x + x^2 = 49 \end{cases} \rightarrow \\ &\rightarrow 20x = 76 \rightarrow x = 3,8 \rightarrow \\ &\rightarrow h = \sqrt{25 - 3,8^2} = \sqrt{10,56} \approx 3,25 \text{ cm} \rightarrow \\ &\rightarrow A = \frac{10 \cdot 3,25}{2} = 16,25 \end{aligned}$$

La altura mide 3,25 cm, y el área, 16,25 cm².

- 60** ■■■ En una parcela rectangular de 60 m de perímetro se hace un jardín rectangular bordeado por un camino de 2 m de ancho. Calcula las dimensiones de la parcela sabiendo que el área del jardín es 112 m².



$$\begin{aligned} \begin{cases} 2x + 2y = 60 \\ (x-4)(y-4) = 112 \end{cases} &\rightarrow \begin{cases} x + y = 30 \\ xy - 4x - 4y + 16 = 112 \end{cases} \rightarrow \\ &\rightarrow \begin{cases} y = 30 - x \\ x(30 - x) - 4x - 4(30 - x) + 16 = 112 \end{cases} \rightarrow \\ &\rightarrow 30x - x^2 - 4x - 120 + 4x + 16 = 112 \rightarrow \\ &\rightarrow -x^2 + 30x - 216 = 0 \rightarrow x^2 - 30x + 216 = 0 \rightarrow \\ &\rightarrow x = \frac{30 \pm \sqrt{30^2 - 4 \cdot 216}}{2} = \\ &= \frac{30 \pm 6}{2} \begin{cases} x = 18 \rightarrow y = 12 \\ x = 12 \rightarrow y = 18 \end{cases} \end{aligned}$$

Las dimensiones de la parcela son 12 m y 18 m, respectivamente.

- 61** ■■■ Varios amigos se van a repartir un premio de 800 € a partes iguales. Dos de ellos deciden renunciar a su parte y de esta forma los demás reciben 20 € más cada uno. ¿Cuántos amigos son? ¿Cuánto recibe cada uno?

Son x amigos; y es el dinero que corresponde a cada uno.

$$\begin{cases} xy = 800 \\ (x-2)(y+20) = 800 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} xy = 800 \\ xy + 20x - 2y - 40 = 800 \end{cases} \rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{cases} y = \frac{800}{x} \\ x \cdot \frac{800}{x} + 20x - 2 \cdot \frac{800}{x} - 40 = 800 \end{cases} \rightarrow$$

$$\rightarrow 800 + 20x - \frac{1600}{x} - 40 = 800 \rightarrow$$

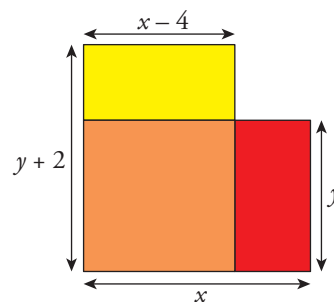
$$\rightarrow 20x^2 - 1600 - 40x = 0 \rightarrow x^2 - 2x - 80 = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{2^2 + 4 \cdot 80}}{2} = \frac{2 \pm 18}{2} \begin{cases} x = 10 \\ x = -8 \text{ No vale.} \end{cases}$$

$$\rightarrow x = 10 \rightarrow y = \frac{800}{10} = 80$$

Son 10 amigos. Como 2 renuncian a su parte, a los 8 restantes les corresponde 100 €.

- 62** ■■■ Si la base de un rectángulo disminuye 2 cm y la altura aumenta 4 cm, se convierte en un cuadrado. Si la base disminuye 4 cm y la altura aumenta 2 cm, su área disminuye 12 cm². Calcula los lados del rectángulo.



$$\begin{cases} x-2 = y+4 \\ (x-4)(y+2) = xy-12 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = y+6 \\ xy + 2x - 4y - 8 = xy - 12 \end{cases} \rightarrow$$

$$\rightarrow 2(y+6) - 4y - 8 = -12 \rightarrow$$

$$\rightarrow 2y + 12 - 4y - 8 = -12 \rightarrow$$

$$\rightarrow -2y = -16 \rightarrow y = 8 \rightarrow x = 14$$

Los lados del rectángulo miden 8 cm y 14 cm, respectivamente.

- 63** ■■■ Resuelve este sistema de tres ecuaciones y dos incógnitas y comprueba gráficamente su solución:

$$\begin{cases} 2x + y = 1 \\ x - y = 5 \\ x + y = -1 \end{cases}$$

👉 *Halla la solución de las dos primeras ecuaciones y comprueba si verifica la tercera.*

$$\begin{cases} 2x + y = 1 \\ x - y = 5 \\ x + y = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + y = 1 \\ x - y = 5 \end{cases} \rightarrow 3x = 6 \rightarrow x = 2 \rightarrow y = 1 - 4 = -3$$

Comprobamos si se verifica la tercera ecuación: $2 + (-3) = -1$

La solución del sistema es $x = 2$, $y = -3$.

- 64** ■■■ Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones:

$$\begin{array}{llll} \text{a)} \begin{cases} x - 3 = 0 \\ 2x - 3y = 9 \\ x + y - z = 1 \end{cases} & \text{b)} \begin{cases} 3x - 2y + z = 4 \\ x + y = 5 \\ z - 3 = 1 \end{cases} & \text{c)} \begin{cases} x + y = z \\ x - y = z \\ x + z = -4 \end{cases} & \text{d)} \begin{cases} x + y = 5 \\ x + y + z = 3 \\ y + z = 2 \end{cases} \end{array}$$

$$\text{a)} \begin{cases} x - 3 = 0 \\ 2x - 3y = 9 \\ x + y - z = 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ 2 \cdot 3 - 3y = 9 \rightarrow -3y = 3 \rightarrow y = -1 \\ 3 + (-1) - z = 1 \rightarrow -z = -1 \rightarrow z = 1 \end{cases}$$

Solución: $x = 3$, $y = -1$, $z = 1$

$$\text{b)} \begin{cases} 3x - 2y + z = 4 \\ x + y = 5 \\ z - 3 = 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x - 2y + 4 = 4 \\ x + y = 5 \\ z = 4 \end{cases} \rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{cases} 3x - 2y = 0 \\ x + y = 5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x - 2y = 0 \\ 2x + 2y = 10 \end{cases} \rightarrow$$

$$\rightarrow 5x = 10 \rightarrow x = 2 \rightarrow 2 + y = 5 \rightarrow y = 3$$

Solución: $x = 2$, $y = 3$, $z = 4$

$$\text{c)} \begin{cases} x + y = z \\ x - y = z \\ x + z = -4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + y = z \\ x - y = z \end{cases} \rightarrow 2x = 2z \rightarrow x = z \rightarrow z + z = -4 \rightarrow$$

$$\rightarrow 2z = -4 \rightarrow z = -2 \rightarrow -2 + y = -2 \rightarrow y = 0$$

Solución: $x = -2$, $y = 0$, $z = -2$

$$\text{d)} \begin{cases} x + y = 5 \\ x + y + z = 3 \\ y + z = 2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 5 - y \rightarrow x = 5 - 4 = 1 \\ 5 - y + y + z = 3 \rightarrow z = -2 \\ y + z = 2 \rightarrow y + (-2) = 2 \rightarrow y = 4 \end{cases}$$

Solución: $x = 1$, $y = 4$, $z = -2$